

TD4 : Les Transformateurs

Exercice 1 :

On veut construire un transformateur monophasé de 1,5 KVA qui, alimenté sous 380 V - 50 Hz, aura une tension secondaire de 24 V en charge nominale résistive.

On dispose d'un circuit magnétique de section $S = 25 \text{ cm}^2$ et de longueur moyenne : $L = 0,6 \text{ m}$, présentant une perméabilité relative $\mu_r = 3180$ pour une induction qui varie entre 0 et 1T. On désire faire travailler le circuit avec une induction maximale $B_m = 0,9 \text{ T}$. En fin lorsque ce transformateur débitera l'intensité secondaire nominale dans une charge résistive, la chute de tension relative sera 4%.

1. Calculer l'intensité I_{2n} :

$$\begin{aligned} S_{1n} &\approx S_{2n} \\ S_{2n} &= U_{2n} I_{2n} \\ I_{2n} &= \frac{S_{2n}}{U_{2n}} \\ \mathbf{I_{2n} = 62,5 \text{ A}} \end{aligned}$$

2. Calculer la tension secondaire à vide :

$$\begin{aligned} \Delta U_r(\%) &= \frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} \times 100 \\ U_{20} &= \frac{U_2}{1 - \Delta U_r} \\ \mathbf{U_{20} = 25 \text{ V}} \end{aligned}$$

3. Calculer le rapport de transformation.

$$\begin{aligned} m &= \frac{U_{20}}{U_1} \\ \mathbf{m = 0,0657} \end{aligned}$$

4. Quels doivent être les nombres de spires au primaire et au secondaire.

$$\begin{aligned} U_{20} &= \frac{\sqrt{2} \pi \cdot f \cdot B_m \cdot N_2 \cdot S}{U_{20}} \\ N_2 &= \frac{U_{20}}{\sqrt{2} \pi \cdot f \cdot B_m \cdot S} \\ \mathbf{N_2 = 51 \text{ spires}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{N_2}{m} \\ \mathbf{N_1 = 777 \text{ spires}} \end{aligned}$$

5. Quelle sera l'intensité efficace du courant magnétique.

$$\int \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$

$$\int H \cdot dl = NI$$

$$H_f \cdot l_{mf} = N_2 I_{10}$$

$$I_{10} = \frac{H_f \cdot l_{mf}}{N_2}$$

$$I_{10} = \frac{B \cdot l_{mf}}{\sqrt{2} \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N_2}$$

$$I_{10} = 0,1229 \text{ A}$$

La construction est achevée, on passe aux essais, la mesure des résistances a donné :

- Au primaire 0,875Ω.
- Au secondaire 4 mΩ.

6. Calculer la résistance ramenée au secondaire et les pertes cuivre en fonctionnement nominal.

$$R_S = R_1 m^2 + R_2$$

$$R_S = 7,776 \text{ m}\Omega$$

$$P_J = R_S I_{2n}^2$$

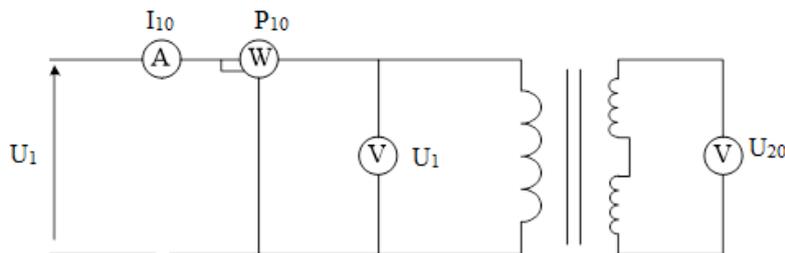
$$P_J = 30375 \text{ W}$$

Exercice 2 :

On dispose d'un transformateur monophasé 110/220 V – 50 Hz.

Les essais à puissance réduite ont donné :

- **A vide** : sous $U_1 = 110 \text{ V}$; $U_{20} = 220 \text{ V}$; $I_{10} = 3 \text{ A}$; $P_{10} = 67 \text{ W}$.



A vide :

$$P_{10} = P_{fer} + R_1 I_{10}^2 \approx P_{fer}$$

$$P_{10} = \frac{U_1^2}{R_f}$$

$$Q_{10} = \frac{U_1^2}{L_m}$$

$$R_s = \frac{m^2 P_{1cc}}{I_{1cc}^2}$$

$$R_s = 1,05 \Omega$$

$$Z_s = \frac{U_{2cc}}{I_{2cc}}$$

$$Z_s = \frac{m^2 U_{1cc}}{I_{1cc}}$$

$$Z_s = 1,4 \Omega$$

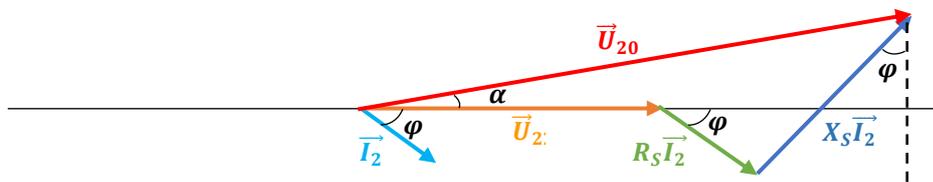
$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}$$

$$X_s = 0,926 \Omega$$

3. Le primaire est soumis à $U_1 = 110 \text{ V}$. Déterminer la tension secondaire U_2 pour les cas suivants :

a. $I_{2n} = 5 \text{ A}$; $\text{Cos}\varphi_2 = 0,8$ inductif.

La charge est inductive $\Rightarrow \varphi > 0 \Rightarrow \varphi_{I_2} < 0 \Rightarrow$ le courant I_2 est en arrière par rapport à la tension U_2



$$\bar{U}_{20} = \bar{U}_2 + R_s \bar{I}_2 + \bar{X}_s \bar{I}_2$$

Projection sur X: $U_{20} \cos(\alpha) = U_2 + R_s I_2 \cos(\varphi) + X_s I_2 \sin(\varphi)$

Projection sur Y: $U_{20} \sin(\alpha) = -R_s I_2 \sin(\varphi) + X_s I_2 \cos(\varphi)$

$$U_{20} = \sqrt{[U_2 + R_s I_2 \cos(\varphi) + X_s I_2 \sin(\varphi)]^2 + [-R_s I_2 \sin(\varphi) + X_s I_2 \cos(\varphi)]^2}$$

$$U_2 = \sqrt{(U_{20})^2 - [-R_s I_2 \sin(\varphi) + X_s I_2 \cos(\varphi)]^2} - [R_s I_2 \cos(\varphi) + X_s I_2 \sin(\varphi)]$$

Pour :

$$\alpha \approx 0 \Rightarrow U_2 \approx U_{20} - R_s I_2 \cos(\varphi) - X_s I_2 \sin(\varphi)$$

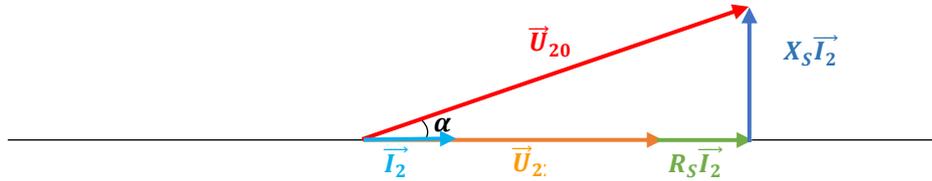
$$\Rightarrow U_2 \approx 213,0213 \text{ V}$$

$$\Rightarrow \Delta U \approx R_s I_2 \cos(\varphi) + X_s I_2 \sin(\varphi)$$

$$\Rightarrow \Delta U \approx 6,9787 \text{ V}$$

b. $I_{2n} = 10 \text{ A}$; $\text{Cos}\varphi_2 = 1$.

La charge est résistive $\Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow \varphi_{I_2} = 0 \Rightarrow$ le courant I_2 est en phase par rapport à la tension U_2



$$\bar{U}_{20} = \bar{U}_2 + R_S \bar{I}_2 + \bar{X}_S \bar{I}_2$$

Projection sur X: $U_{20} \cos(\alpha) = U_2 + R_S I_2$

Projection sur Y: $U_{20} \sin(\alpha) = X_S I_2$

$$U_{20} = \sqrt{[U_2 + R_S I_2]^2 + [X_S I_2]^2}$$

$$U_2 = \sqrt{(U_{20})^2 - [X_S I_2]^2} - R_S I_2$$

Pour :

$$\alpha \approx 0 \Rightarrow U_2 \approx U_{20} - R_S I_2$$

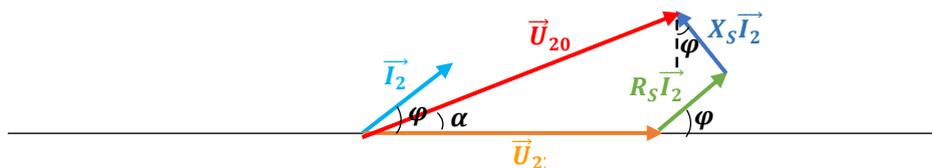
$$\Rightarrow U_2 \approx 209,405 \text{ V}$$

$$\Rightarrow \Delta U \approx R_S I_2$$

$$\Rightarrow \Delta U \approx 10,5949 \text{ V}$$

c. $I_{2n} = 5 \text{ A}$; $\text{Cos}\varphi_2 = 0,8$ capacitif.

La charge est résistive $\Rightarrow \varphi < 0 \Rightarrow \varphi_{I_2} > 0 \Rightarrow$ le courant I_2 est en avance par rapport à la tension U_2



$$\bar{U}_{20} = \bar{U}_2 + R_S \bar{I}_2 + \bar{X}_S \bar{I}_2$$

Projection sur X: $U_{20} \cos(\alpha) = U_2 + R_S I_2 \cos(|\varphi|) - X_S I_2 \sin(|\varphi|)$

Projection sur Y: $U_{20} \sin(\alpha) = R_S I_2 \sin(|\varphi|) + X_S I_2 \cos(|\varphi|)$

$$U_{20} = \sqrt{[U_2 + R_S I_2 \cos(|\varphi|) - X_S I_2 \sin(|\varphi|)]^2 + [R_S I_2 \sin(|\varphi|) + X_S I_2 \cos(|\varphi|)]^2}$$

$$U_2 = \sqrt{(U_{20})^2 - [R_S I_2 \sin(|\varphi|) + X_S I_2 \cos(|\varphi|)]^2} - [R_S I_2 \cos(|\varphi|) - X_S I_2 \sin(|\varphi|)]$$

Pour : $\alpha \approx 0 \Rightarrow U_2 \approx U_{20} - R_S I_2 \cos(|\varphi|) + X_S I_2 \sin(|\varphi|)$

$$\Rightarrow U_2 \approx 218,578 \text{ V}$$

$$\Rightarrow \Delta U \approx R_S I_2 \cos(\varphi) - X_S I_2 \sin(\varphi)$$

$$\Rightarrow \Delta U \approx 1,422 \text{ V}$$

4. Calculer le rendement pour le fonctionnement défini en 3. a.

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{10} + R_S I_2^2}$$

$$\eta = \frac{U_2 I_2 \cos(\varphi)}{U_2 I_2 \cos(\varphi) + P_{10} + R_S I_2^2}$$

$$\eta = 90,13 \%$$

5. Le transformateur débite sur une charge inductive dont le facteur de puissance $\cos\varphi_2$ est constant et égal 0,8.

a. Quelle est l'intensité secondaire qui permet d'obtenir le rendement maximal ?

$$\eta = \frac{U_2 I_2 \cos(\varphi)}{U_2 I_2 \cos(\varphi) + P_{10} + R_S I_2^2}$$

$$\eta = \frac{U_2 \cos(\varphi)}{U_2 \cos(\varphi) + \frac{P_{10}}{I_2} + R_S I_2}$$

$$\eta_{max} \Rightarrow \frac{d \left[U_2 \cos(\varphi) + \frac{P_{10}}{I_2} + R_S I_2 \right]}{d I_2} = 0$$

$$\eta_{max} \Rightarrow -\frac{P_{10}}{I_2^2} + R_S = 0$$

$$\eta_{max} \Rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{P_{10}}{R_S}}$$

b. Déterminer ce rendement.

$$I_2 = \sqrt{\frac{P_{10}}{R_S}}$$

$$I_2 = 7,988 \text{ A}$$

$$U_2 \approx U_{20} - R_S I_2 \cos(\varphi) - X_S I_2 \sin(\varphi)$$

$$U_2 \approx 208,85 \text{ V}$$

$$\eta = \frac{U_2 I_2 \cos(\varphi)}{U_2 I_2 \cos(\varphi) + P_{10} + R_S I_2^2}$$

$$\eta = 90,87 \%$$

Exercice 3 :

On dispose d'un transformateur monophasé de distribution de 120 KVA ; 15000 / 220 V ; 50 Hz. La section nette des noyaux est $S = 160 \text{ cm}^2$ et l'induction maximale dans ces noyaux est $B_m = 1,147 \text{ T}$.

Les essais à puissance réduite ont donné :

- **A vide** : $U_1 = 15000 \text{ V}$; $U_{20} = 228 \text{ V}$; $I_{10} = 0,5 \text{ A}$; $P_{10} = 600 \text{ W}$.
- **En court-circuit** : $U_{1cc} = 485 \text{ V}$; $I_{2cc} = 520 \text{ A}$; $P_{1cc} = 3100 \text{ W}$.

Pour la charge nominale on a relevé : $U_1 = 15000 \text{ V}$ et $I_2 = 520 \text{ A}$ lorsque le facteur de puissance est de 0,8 avec un circuit inductif.

1. Déterminer le nombre de spires au primaire et au secondaire.

$$U_{20} = \sqrt{2} \pi \cdot f \cdot B_m \cdot N_2 \cdot S$$

$$N_2 = \frac{U_{20}}{\sqrt{2} \pi \cdot f \cdot B_m \cdot S}$$

$$N_2 = 6 \text{ spires}$$

$$N_1 = \frac{N_2}{m}$$

$$N_1 = 395 \text{ spires}$$

2. Calculer :
 - a. La valeur du facteur de puissance à vide.

$$\cos \varphi_{10} = \frac{P_{10}}{U_1 \cdot I_{10}}$$

$$\cos \varphi_{10} = 0,08$$

- b. La puissance réactive magnétisante.

$$Q_m \approx Q_{10}$$

$$Q_{10} = U_1 \cdot I_{10} \sin(\cos^{-1}(\cos \varphi_{10}))$$

$$Q_m \approx 7475,9614 \text{ VAR}$$

- c. Le rapport de transformation.

$$m = \frac{U_{20}}{U_1}$$

$$m = 0,0152$$

3. Calculer :

a. La résistance R_s équivalente des résistances ramenées au secondaire.

$$P_{1cc} = R_s I_{2cc}^2$$

$$R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}$$

$$R_s = \frac{m^2 P_{1cc}}{I_{1cc}^2}$$

$$R_s = 11,46 \text{ m}\Omega$$

b. L'impédance Z_s et en déduire la réactance X_s ramenée au secondaire.

$$Z_s = \frac{U_{2cc}}{I_{2cc}}$$

$$Z_s = \frac{m^2 U_{1cc}}{I_{1cc}}$$

$$Z_s = 14,17 \text{ m}\Omega$$

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}$$

$$X_s = 8,334 \text{ m}\Omega$$

4. Pour la charge nominale :

a. Calculer les chutes de tensions correspondantes au triangle de KAPP.

$$\Delta U \approx R_s I_2 \cos(\varphi) + X_s I_2 \sin(\varphi)$$

$$\Delta U \approx 7,3675 \text{ V}$$

b. Calculer, à l'aide de la formule approchée, la chute de tension secondaire.

$$\Delta U \approx Z_s I_2$$

$$\Delta U \approx 7,3684 \text{ V}$$

5. Calculer la puissance active secondaire.

$$P_2 = U_2 I_2 \cos(\varphi)$$

$$U_2 = U_{20} + \Delta U$$

$$U_2 = 235,3675 \text{ V}$$

$$P_2 = 97912,88 \text{ W}$$

a. Pour quel courant le rendement est-il maximal ?

$$\eta = \frac{U_2 I_2 \cos(\varphi)}{U_2 I_2 \cos(\varphi) + P_{10} + R_s I_2^2}$$

$$\eta = \frac{U_2 \cos(\varphi)}{U_2 \cos(\varphi) + \frac{P_{10}}{I_2} + R_s I_2}$$

$$\eta_{max} \Rightarrow \frac{d \left[U_2 \cos(\varphi) + \frac{P_{10}}{I_2} + R_S I_2 \right]}{dI_2} = 0$$

$$\eta_{max} \Rightarrow -\frac{P_{10}}{I_2^2} + R_S = 0$$

$$\eta_{max} \Rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{P_{10}}{R_S}}$$

b. Déterminer ce rendement.

$$I_2 = \sqrt{\frac{P_{10}}{R_S}}$$

$$I_2 = 228,8143 \text{ A}$$

$$U_2 \approx U_{20} - R_S I_2 \cos(\varphi) - X_S I_2 \sin(\varphi)$$

$$U_2 \approx 224,758 \text{ V}$$

$$\eta = \frac{U_2 I_2 \cos(\varphi)}{U_2 I_2 \cos(\varphi) + P_{10} + R_S I_2^2}$$

$$\eta = 96,75 \%$$